SOS3003

Anvendt statistisk dataanalyse i samfunnsvitenskap

Forelesingsnotat, vår 2003

Erling Berge
Institutt for sosiologi og statsvitenskap
NTNU

Forelesing IV

- Multivariat regresjon II Hamilton Kap 3 s84-101, Hardy 1993 ”Regression with dummy variables”
- **Semesteroppgåve**
- **Val/ tildeling av avhengig variabel**
  - Eigne data, data frå tidlegare oppgåver
  - Data frå European Social Survey (ESS)

Interaksjonseffektar i regresjon

- Ein interaksjonseffekt mellom x og w kan inkluderast i ein regresjonsmodell ved å ta inn ein hjelpevariabel lik produktet av dei to, dvs. Hjelpevariabel H=x*w
- $y_i = b_0 + b_1*x_i + b_2*w_i + b_3*H_i + e_i$
- $y_i = b_0 + b_1*x_i + b_2*w_i + b_3*x_i*w_i + e_i$

Eksempel frå Hamilton(s85-91)

Sett

- y = naturleg logaritme av klorid konsentrasjon
- x = djupna av brønnen (1=djup, 0=grunn)
- w = naturleg logaritme av avstand frå vei
- xw = interaksjonsledd mellom avstand og djupn (produktet x*w). Da er
- $\hat{y}_i = b_0 + b_1x_i + b_2w_i + b_3x_iw_i$

Vi ser først på dei enkle modellane utan interaksjon

Figures 3.3 and 3.4 (Hamilton p85-86)

Tabell 3.3

Dependent Variable: lnChlorideConcentra	B	Std. Error	Beta	t	Sig.
(Constant)	3.775	.429		8.801	.000
x= BEDROCK OR SHALLOW WELL?	-.706	.477	-.205	-1.479	.145

Tabell 3.4

Dependent Variable: lnChlorideConcentra	B	Std. Error	Beta	t	Sig.
(Constant)	4.210	.961		4.381	.000
w= lnDistanceFromRoad	-.091	.180	-.071	-.506	.615
x= BEDROCK OR SHALLOW WELL?	-.697	.481	-.202	-1.449	.154

Figure 3.3

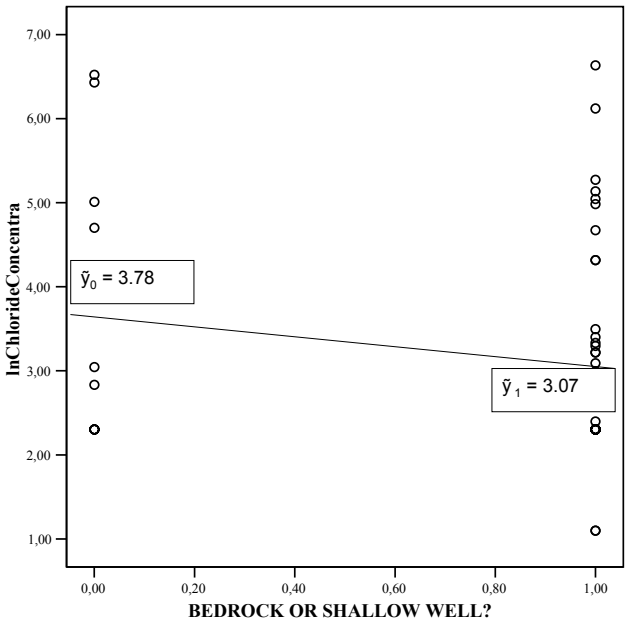
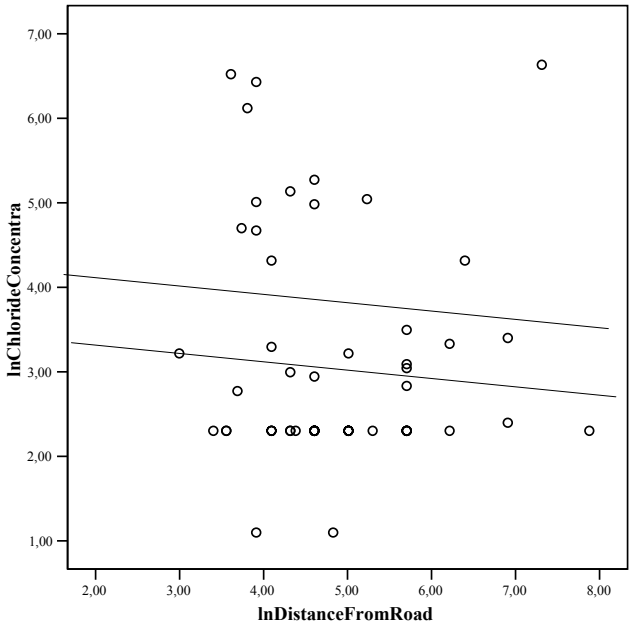


Figure 3.4



Figures 3.5 and 3.6 (Hamilton p89-91)

Tabell 3.5

Dependent Variable: lnChlorideConcentra	B	Std. Error	Beta	t	Sig.
(Constant)	3.666	.905		4.050	.000
w= lnDistanceFromRoad	-.029	.202	-.022	-.144	.886
x*w= lnDroadDeep	-.081	.099	-.128	-.819	.417

Tabell 3.6

Also see Table 3.4 in Hamilton p90 Dependent Variable: lnChlorideConcentra	B	Std. Error	Beta	t	Sig.
(Constant)	9.073	1.879		4.828	.000
w= lnDistanceFromRoad	-1.109	.384	-.862	-2.886	.006
x= BEDROCK OR SHALLOW WELL?	-6.717	2.095	-1.948	-3.207	.002
x*w= lnDroadDeep	1.256	.427	1.979	2.942	.005

Figure 3.5

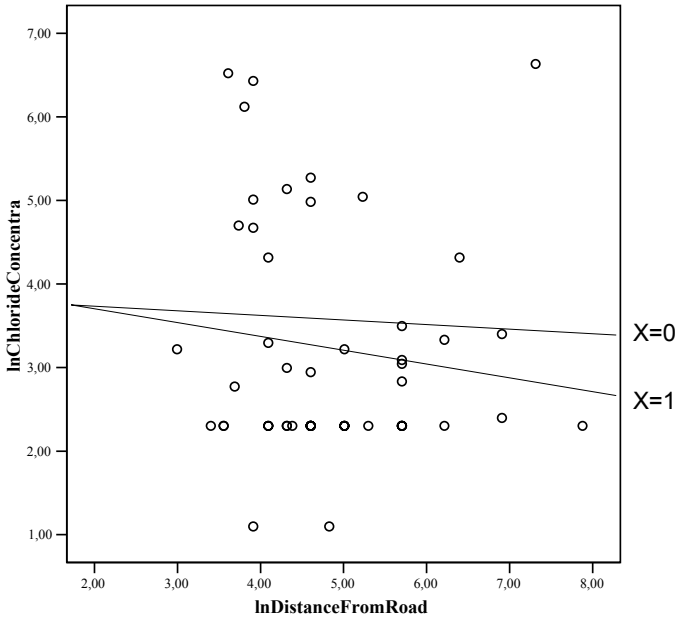
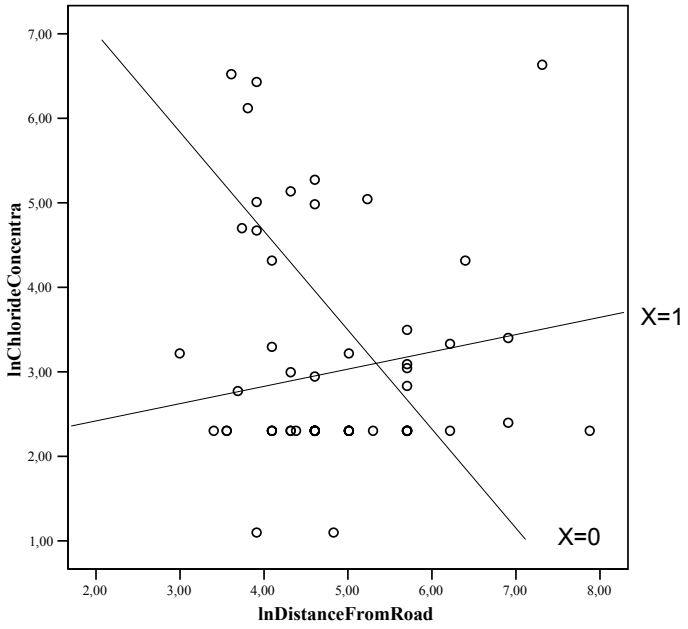


Figure 3.6



Multikollinearitet

- Når vi tar med alle tre variablane, x, w og x*w vil vi også introdusere eit visst element av multikollinaritet. Vi kan ikkje stole på testane av einskildkoeffesientar
- Som førre eksempel viser kan vi imidlertid ikkje droppe ein av dei utan fare for å droppe ein relevant variabel
- F-test av t.d. w og z*w under eitt unngår testproblemet, og litt eksprimentering med ulike modellar vi vise om utelating av w eller x*w endrar samanhengane substansielt

Nominalskalavariable

- Kan inkluderast i regresjonsmodellar ved å lage nye hjelpevariablar: ein for kvar kategori i nominalskalavariabelen
- Dersom vi har ein intervallskala avhengig variabel og ein nominalskala uavhengig variabel vil ein ofte analysere den ved hjelp av variansanalyse (ANOVA)
- Ved introduksjon av hjelpevariable kan vi utføre samme analysane i regresjonsmodellen

Variansanalyse -ANOVA

- Analyse av ein intervallskala avhengig variabel og ein eller fleire nominalskalavariable, ofte kalla faktorar
  - Einvegs ANOVA nyttar ein nominalskalavariabel
  - Tovegs ANOVA nyttar to nominalskalavariable
  - OSV
- Testar av skilnader mellom grupper baserer seg på vurderingar av om variasjonen innan ei gruppe (definert av ”faktorane”) er stor eller liten relativt til variasjonen mellom gruppene

Nominalskalavariable i regresjon (1)

- Dersom den kategoriske variabelen har J kategoriar kan vi maksimalt ta med J-1 hjelpevariablar i regresjonen

  (H(j), j=1, ... , J-1)
- Den utelatne hjelpevariabelen kallar vi referansekategorien
- Missing bør som regel kodast som eigen variabel og inkluderast i analysen

Nominalskalavariable i regresjon (2)

Dummy-koding av nominalskalavariable

- Hjelpevariabel H(j) vert koda 1 for person nr i dersom person nr i er å finne i kategori j på nominalskalavariabelen, den vert koda 0 dersom person i ikkje er i kategori j.
- Gjennomsnittet for ein dummy-koda variabel er proporsjonen med verdi 1.

Nominalskalavariable i regresjon (3)

Referansekategori (den utelatne hjelpevariabelen)

- Ein bør velge ein stor og eintydig definert kategori som referansekategori
- Den estimerte effekten av inkluderte hjelpevariablar måler effekten av å vere i den inkluderte kategorien relativt til å vere i referansekategorien

Nominalskalavariable i regresjon (4)

Dette tyder at

- Regresjonsparameteren for ein inkludert dummy-koda hjelpevariabel fortel om tillegg eller fradrag i forventa Y-verdi som personen i får ved å vere i denne kategorien heller enn i referansekategorien

Nominalskalavariable i regresjon (5)

Testing I

- Test av om regresjonskoeffesienten for ein inkludert hjelpevariabel er ulik 0 gir svar på om dei personane som er i denne gruppa har ein gjennomsnittleg Y verdi som er ulik gjennomsnittet til personane som er i referansekategorien

Nominalskalavariable i regresjon (6)

Testing II

- Test av om Nominalskalavariabelen bidrar signifikant til regresjonsmodellen samla sett må skje ved å teste om alle hjelpevariablane under eitt bidrar til regresjonen
- Vi kan da bruke F-testen, anten etter formelen 3.28 hos Hamilton (s.80) eller 3.3 hos Hardy (s.24). Desse er formelt identiske

Nominalskalavariable i regresjon (7)

Interaksjon

- Når dummy-koda nominalskalavariablar inngår i interaksjonar må alle inkluderte hjelpevariablar multipliserast

Litt terminologi (1)

- **Dummy-koding** av nominalskalavariable vert gitt litt ulike namn i ulike lærebøker. Det vert kalla
  1. Dummykoding av Hamilton, Hardy og Weisberg
  2. Indikatorkoding av Menard (og Weisberg)
  3. Referansekoding eller partialmetoden hos Hosmer&Lemeshow

Litt terminologi (2)

- For å reprodusere resultat frå **variansanalyse** ved hjelp av regresjon introduserer Hamilton ei koding av hjelpevariablane han kallar **effektkoding**. Hardy (kap5) kallar det også effektkoding. Hos andre vert det kalla
  1. Avvikskoding av Menard, eller
  2. Marginalmetoden eller avviksmetoden av Hosmer&Lemeshow
- For å få fram særlege gruppesamanlikningar introduserer Hardy (kap5) ein kodemåte ho kallar **kontrastkoding**

Ordinalskala variable

- kan inkluderast som intervallskala dersom den underliggjande teoretiske dimensjonen er kontinuerleg og avstandsmål er fornuftige
- elles kan dei nyttast direkte som y-variabel dersom estimeringsprogrammet er konstruert for det
  - parametrar vert da estimert for kvart nivå over det lågaste som kumulative effektar i høve til lågaste nivå

Nominalskalavariabel

POPULATION TYPE	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
POL	48	12.6	12.6	12.6
FARMER	132	34.7	34.7	47.4
POP	200	52.6	52.6	100.0
Total	**380**	**100.0**	**100.0**	

Eksempel på dummykoding

Nominalskala			Hjelpe-variable			
Befolkningsgruppe	Kode	N	H(1)= Pol	H(2)= Farmer	H(3)= People	
Politikarar	1	48	1	0	0	
Bønder	2	132	0	1	0	
Vanleg folk	3	200	0	0	1	Referansekategori

Ein variabel med 3 kategoriar gir opphav til 2 dummykoda variablar i regresjonen med den tredje som referanse

Eksempel på effektkoding

Nominalskala			Hjelpe-variable			
Befolkningsgruppe	Kode	N	H(1)= Pol	H(2)= Farmer		
Politikarar	1	48	1	0		
Bønder	2	132	0	1		
Vanleg folk	3	200	-1	-1		Referansekategori

I effektkodinga får referansekategorien koden -1.
Effektkodinga gjer det mogeleg å duplisere alle F-testar i vanleg ANOVA analysar

Kontrastkoding

- Blir nytta til å få fram nett dei samanlikningane som har størst teoretisk interesse.
- Kontrastkoding krev
  - Med J kategoriar må det lagast J-1 kontrastar
  - Kodeverdiane på kvar hjelpevariabel må summere seg til 0
  - Kodeverdiane på to vilkårlege hjelpevariablar må vere ortogonale (vektorproduktet er lik 0)

Bruk av dummykoda variablar (1)

Dependent Variable: I. of political contr. of sales of agric. est.	B	Std. Error	Beta	t	Sig.
(Constant)	4.106	.152		26.991	.000
Pol	.914	.337	.147	2.711	.007
Farmer	.421	.240	.096	1.758	.080

- Konstanten viser her gjennomsnitt på avh var for referansekategorien
- Gjennomsnittet for politikarar er 0.91 meiningsskårepoeng over gjennomsnittet for referansekategorien
- Gjennomsnittet for bønder er 0.42 meiningsskårepoeng over gjennomsnittet for referansekategorien

Bruk av dummykoda variablar (2)

Dependent Variable: I. of political control of sales of agricultural estates	B	Std. Error	t	Sig.
(Constant)	4.264	.186	22.954	.000
Number of dekar land Owned	.000	.000	2.176	.030
Pol	.566	.382	1.482	.139
Farmer	-.309	.338	-.913	.362

Samanlikn denne tabellen med den førre. Kva har endra seg?

Korleis tolkar vi koeffesientane for ”Pol” og ”Farmer”?

Konklusjon fra kapittel 3 (1)

- Lineær regresjon kan lett utvidast til å nytte 2 eller fleire forklaringsvariablar.
- Dersom føresetnadene for regresjonen (at feilledda er uavhengige og identisk normalfordelte – ”normal i.i.d. errors) er oppfylt, er regresjon eit allsidig og kraftig analyseverktøy for å studere samanhengen mellom fleire uavhengige variablar og ein avhengig

Konklusjon fra kapittel 3 (2)

- Den vanlegaste metoden for å estimere koeffesientar kallast OLS (minste kvadratsum metoden)
- Koeffesientar rekna ut i utvalet er estimat av tilsvarande populasjonsverdiar.
- Vi kan gjennom t-testen vurdere kor sikker eit koeffesient estimat er.
- Gjennom F-testen kan vi vurdere fleire koeffesientestimat under eitt

Konklusjon fra kapittel 3 (3)

- Dummyvariablar er nyttige på fleire måtar
  - Ein einsleg dummykoda x variabel vil gi oss ein test på skilnad i gjennomsnitt for to grupper (0 og 1 gruppene)
  - Nominalskalavariable med fleire enn 2 kategoriar kan omkodast ved hjelp av dummy-koding og inkluderast i regresjonsanalysar
  - Ved effektkoding vil vi kunne gjere varians-analyse av ANOVA-typen

Hamilton vs Hardy 1993 (1)

1. Merk at symbolbruken hos Hardy er litt annleis enn hos Hamilton, t.d. vert feilledda kalla ”u” og ikkje ”e”, det vert nytta store latinske bokstavar for utvalsparametrane og k står for talet av variablar. Hos Hamilton er K talet av parametrar
2. I lista over føresetnader for regresjonen har Hardy sitt krav nr 4 formelt samme funksjon som Hamilton sitt krav nr 1. Det må formulerast slik når x-variablane ikkje er faste (”fixed X”) men kan vere stokastiske variablar. Det sikrar at feilleddet og inkluderte x-variablar er ukorrelerte (dvs at modellen teknisk sett er korrekt)

Hamilton vs Hardy 1993 (2)

- Formel 3.1 på side 23 viser ein t-test for skilnaden mellom to regresjonskoeffesientar. Vi finn der uttrykket
  - $[var(B_j)+var(B_k)+ cov(B_jB_k)]^{1/2}$
  - $var(B_j)= [SE(b_j)]^2$ dvs kvadratet av standardfeilen til b_j i Hamilton
  - $cov(B_jB_k)$ = er lik kovariansen mellom to parametrar. Vi får fram denne i SPSS ved å be om ”Covariance matrix” i ”Statistics”-opsjonen i regresjonsprosedyren
- Formel 4.5 på side 40 viser ein analog test for samla effekt av to variablar

Hamilton vs Hardy 1993 (3)

- Formel 3.3 side 24 viser ein F-test for skilnaden mellom to modellar basert på determinasjonskoeffesienten og talet på variablar i modellane. Formelt er testen identisk med den Hamiton har på side 80. I valet mellom dei to formlane kan effekten av avrundingsfeil i determinasjonskoeffesientane vere eit viktig moment

Nye moment hos Hardy 1993 (1)

- På sidene 53-56 og 60-61 vert det presentert testar for heteroskedastisitet
  - Goldfeld-Quandt testen
  - Levene's test
  - Gleijser's test
    - Den består i regresjon av residualen sin absoluttverdi $|e_i|$ på kvar einskild forklaringsvariabel
    - For nominalskalavariable måtte då alle hjelpevariablane inkluderst samtidig
    - Den er nært beslekta med Levene's test

Nye moment hos Hardy 1993 (2)

- På siden 56-59 drøftast tolkninga av regresjonskoeffesientane til dummyvariablar når den avhengige variabelen er transformert med naturleg logaritme dvs y* = ln [opphaveleg y]
- Den prosentvise endringa i opphaveleg y som kan seiast å komme av at ein er i kategori 1 heller enn i kategori 0 er gitt ved formel 4.10
- $100[\exp\{b_j\} - 1]$
- Lineær regresjon med y* som avhengig variabel vert kalla ein semi-logaritmisk modell

Nye moment hos Hardy 1993 (3)

- På s61 drøftast problemet med val av signifikansnivå i **multiple samanlikningar**
- På s78 drøftast **testing av kurvelinearitet**
- På s80 visest korleis dummyvariablar kan nyttast til å lage "**bitvis" regresjon**, dvs når vi har visse terskelverdiar for x der vinkelkoeffesienten for regresjonslinja endrar seg drastisk