SOS3003

Anvendt statistisk dataanalyse i samfunnsvitenskap

Forelesingsnotat, vår 2003

Erling Berge
Institutt for sosiologi og statsvitenskap
NTNU

Forelesing III

- Multivariat regresjon II Hamilton Kap 3 s72-84
- **Om å skrivesemesteroppgåve**
  - Variable og variasjon.
  - Måleteori og målenivå
  - Koding og omkoding
- **Val/ tildeling av avhengig variabel**
  - Eigne data, data frå tidlegare oppgåver
  - Data frå European Social Survey (ESS)

Multippel regresjon: modell

La K = talet på parametrar i modellen

Populasjonsmodellen

- $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + ... + \beta_{K-1} x_{i,K-1} + \varepsilon_i$
  $i = 1, ... ,N$
  der N = talet på case i utvalet eller populasjonen

Utvalsmodellen

- $y_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + b_3 x_{i3} + ... + b_{K-1} x_{i,K-1} + e_i$
  $i = 1, ... ,n$
  der n = talet på case i utvalet eller populasjonen

Estimeringsmetodar

- OLS: Vi finn parametrane ved å minimere RSS.

Dette er imidlertid ikkje den einaste metoden:

1) WLS: Vekta minste kvadraters metode
2) ML: maksimum sannsyn (maximum likelihood)

Partielle effektar

Leverage plott for y og x_k er eit plott der

- y-aksen er residualen frå regresjonen av y på alle x-variablane utanom x_k , og
- X-aksen er residualen frå regresjonen av x_k på alle dei andre x-variablane

Regresjonslina i eit slikt plott vil alltid gå gjennom y=0 og ha ein vinkelkoeffesient lik b_k

Eit eksempel, to uavhengige variablar

Table 2.2 Dependent: **Summer 1981 Water Use**	**B**	Std. Error	t	Sig.
(Constant)	**1201.124**	123.325	9.740	.000
Income in Thousands	**47.549**	4.652	10.221	.000

Table 3.1 Dependent: **Summer 1981 Water Use**	**B**	Std. Error	t	Sig.
(Constant)	**203.822**	94.361	2.160	.031
Income in Thousands	**20.545**	3.383	6.072	.000
Summer 1980 Water Use	**.593**	.025	23.679	.000

Frå tabellane 2.2 (side 46) og 3.1 (side 68) hos Hamilton
Tabellutforming: i tabellen i boka er konstanten på siste linje, SPSS set den på første.
Kva tyder det at koeffesienten til inntekt minkar når vi legg til ein ny variabel?

Om val av uavhengige variablar

- Det er sjeldan eksisterande teori gir oss presise råd om kva for variablar vi skal inkludere i ein modell. Det vil som regel vere eit element av prøving og feiling i arbeidet med å utvikle ein modell.
- Når vi legg til nye variablar skjer fleire ting:
  - Forklingskrafta aukar: R^2 vert større, men er auken signifikant?
  - Regresjonskoeffesienten viser effekten på y. Er effekten signifikant ulik 0 og så stor at den har substansiell verknad?
  - Spuriøse koeffesientar kan minke. Endrar dei nye variablane tolkninga av dei andre variablane sine effektar?

Parsimonitet

- Parsimonitet er det vi kan kalle eit estetisk kriterium på ein god modell. Vi ønskjer å forklare mest mogeleg av variasjonen i y ved hjelp av færrast mogelege variablar
- Den justerte determinasjonskoeffesienten Adjusted R^2 er basert på parsimonitet i den forstand at den tar omsyn til kompleksiteten i data relativt til modellen gjennom differansen

  n-K (residualen sine fridomsgrader)

  (n = talet på observasjonar, K = talet på estimerte parametrar)

Irrelevant variabel

- Inkludere ein irrelevant variabel
  - Ein variabel er irrelevant dersom den verkelege effekten (β) ikkje er signifikant ulik 0, eller meir pragmatisk, dersom effekten av variabelen er for liten til å ha substansiell interesse.
  - **Inklusjon av ein irrelevant variabel** gjer modellen unødig kompleks og vil føre til at koeffesientestimata på alle variablane får større varians (varierer meir frå utval til utval)

Relevant variabel

- Ein variabel er relevant dersom den
  1. verkelege effekten (β) er signifikant ulik 0, og stor nok til å ha substansiell interesse og
  2. er **korrelert med andre inkluderte** x-variablar
- Dersom vi **utelet ein relevant variabel** vil alle resutat frå regresjonen bli upåliteleg. Modellen er ei urealistisk forenkling

Utvalsspesifikke resultat?

- Å velje variablar er ei avveging mellom ulike riskar. Kva for ein risk som er verst er avhengig av formålet med studien og styrken i relasjonane.
- Resultata vi finn kan godt vere utvalsspesifikke: i omlag 5% av alle utval vil ein koeffesient som ikkje er signifikant ulik null ”eigentleg” vere signifikant ($\beta \neq 0$) (og tilsvarande for dei som er signifikant ulik null)

Hamilton (s74) eksempel

y_i	vassforbruk etter krisa (1981)
x_{i1}	hushaldsinntekt i tusen dollar
x_{i2}	vassforbruk før krisa (1980)
x_{i3}	utdanning i år for hovudpersonen i hushaldet
x_{i4}	pensjonist (koda 1 dersom hovudpersonen er pensjonist, 0 elles)
x_{i5}	talet på personar i hushaldet under krisa (s81)
x_{i6}	endring i talet på personar 1980 til 1981

Tabell 3.2 (Hamilton s.74)

Dependent Variable: Summer 1981 Water Use	B	Std. Error	t	Sig.	Beta
(Constant)	242.220	206.864	1.171	.242	
Income in Thousands	20.967	3.464	6.053	.000	.184
Summer 1980 Water Use	.492	.026	18.671	.000	.584
Education in Years	-41.866	13.220	-3.167	.002	-.087
Head of house retired?	189.184	95.021	1.991	.047	.058
# of People Resident, 1981	248.197	28.725	8.641	.000	.277
Increase in # of People	96.454	80.519	1.198	.232	.031

Korleis skal vi tolke koeffesienten for ”Increase in # of People” ?

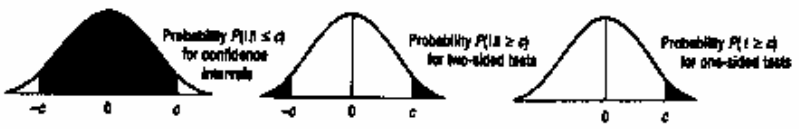
Standardiserte koeffesientar

- Standardiserte variablar (z-skårar)
  $z_{ix} = (x_i - \bar{x})/s_x$ (måleeininga er standardavvik)
- Standardiserte regresjonskoeffesientar (beta-vekter, eller stikoeffesientar)
  $b_k^s = b_k(s_k/s_y)$ (varierer mellom -1 og +1)
- Predikert standardskåre av y_i (z_{iy} med hatt) = $0.18z_{i1} + 0.58z_{i2} - 0.09z_{i3} + 0.06z_{i4} + 0.28z_{i5} + 0.03z_{i6}$

t-test

- Skilnaden mellom observert koeffesient (b_k) og uobserverte koeffeisent (β_k) standardisert med standardavviket til den observerte koeffesienten (SE_{b_k}) vil normalt vere svært nær null dersom den observerte b_k ligg nær populasjonsverdien. Dette tyder at dersom vi i formelen
- $t = (b_k - \beta_k)/ SE_{b_k}$ set inn H_0: $\beta_k = 0$ og finn at "t" er liten vil vi tru at populasjonensverdien β_k eigentleg er lik 0. Kor stor "t" må vere for at vi skal slutte å tru at $\beta_k = 0$ kan vi finne ut frå kunnskap om samplingfordlingane til b_k og SE_{b_k}

Table A4.1 Critical values for student's *t*-distribution



Probability

	.50	.80	.90	.95	.98	.99	.995	.998	.999	Confidence Intervals
	.50	.20	.10	.05	.02	.01	.005	.002	.001	Two-Sided Tests
df	.25	.10	.05	.025	.01	.005	.0025	.001	.0005	One-Sided Tests
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.32	318.31	636.62	
2	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	22.326	31.598	
3	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.213	12.924	
4	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610	
5	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869	
6	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959	
7	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408	
8	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041	

"t" har ei samplingfordeling kalla t-fordelinga, t-fordelinga varier med talet på fridomsgrader (n-K) og er lista etter signifikansnivået α

Konfidensintervall for β

- Vel ein t_α-verdi frå tabellen over t-fordelinga med n-K fridomsgrader slik at dersom $H_0 : \beta_k = b_k$ er rett vil ein tosidig test ha eit sannsyn på α for å forkaste H_0 når H_0 eigentleg er rett (feil av type I)
  dvs det er eit sannsyn α for at β_k eigentligg ligg utanfor
  $< b_k - t_\alpha(SE_{b_k}) , b_k + t_\alpha(SE_{b_k}) >$
- Dette er det same som at påstanden
  $b_k - t_\alpha(SE_{b_k}) \leq \beta_k \leq b_k + t_\alpha(SE_{b_k})$
  er rett med sannsyn $1 - \alpha$

F-testen: stor mot liten modell

RSS = residual sum of squares med indeks {}:

RSS{K-H} = RSS i modellen med K-H parametrar

(H er lik skilnaden i talet på parametrar i to modellar)

RSS{K} = RSS i modellen med K parametrar

$$F^{H}_{n-K} = \frac{(RSS\{K\text{-}H\} - RSS\{K\})/H}{(RSS\{K\})/(n\text{-}K)}$$

er da F-fordelt med H og n-K fridomsgrader

Eksempel (Hamilton tabell 3.1 mot 3.2)

Liten modell Table 3.1	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	671025350.237	2	335512675.119	391.763	.000(a)
Residual	422213359.440	493	856416.551		
Total	1093238709.677	495			

Stor modell Tabell 3.2	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	740477522.059	6	123412920.343	171.076	.000(a)
Residual	352761187.618	489	721393.022		
Total	1093238709.677	495			

Test om den store modellen (7 parametrar) er betre enn den vesle (3 parametar)

Test av alle parametrane under eitt

- Dersom den store modellen har K parametrar og vi lar den lille modellen vere så liten som mogeleg med berre 1 parameter (gjennomsnittet) vil testen vår ha

  H = K-1. Sett inn i formelen ovanfor får vi

$$F_{\{K-1,\ n-K\}} = \frac{ESS/(K-1)}{RSS/(n-K)}$$

Dette er F-verdien vi finn i ANOVA tabellane frå SPSS

Multikollinearitet (1)

- Multikollinearitet involverer berre x-variablane, ikkje y, og dreiar seg om lineære samband mellom to eller fleir x-variablar
- Dersom det er perfekt korrelasjon mellom to forklaringsvariablar t.d. x og w (dvs. $r_{xw} = 1$) vil den multiple regresjonsmodellen bryte saman
- Tilsvarande skjer dersom der er perfekt korrelasjon mellom to grupper av forklaringsvariable

Multikollinearitet (2)

- Perfekt multikollinearitet er svært sjeldan eit praktisk problem
- Men høge korrelasjonar mellom ulike x-variablar eller ulike grupper av x-variablar vil gjere at estimata av effekten deira blir svært usikker. Dvs. regresjonskoeffesienten vil ha svært stor standardfeil og t-testane blir i praksis uinteressante
- F-testen av ei gruppe variablar er ikkje påverka

Søkjestrategiar

- Det finst metodar for automatisk søk etter forklaringsvariablar i eit større datasett
- Det er vårt råd å ikkje nytte desse strategiane
- Eitt av problema er at p-verdiane i testane vi får ut i slike søk er feil og alt for ”snille” (problemet med multiple samanlikningar)
- Eitt anna problem er at slike søk fungerer dårleg når variablane er høgt korrelert

Dummyvariablar: gruppeskilnader

- Dikotome variable som tar verdiane 0 eller 1 kallast dummy-variable
- I eksempelet i tabell 3.2 (s74) er x_{i4} (hovudperson pensjonist eller ikkje) ein dummyvariabel
- Sett først inn $x_{i4} = 1$ så $x_{i4} = 0$ i likninga
  $y_i = 242 + 21x_{i1} + 0.49x_{i2} - 42x_{i3} + 189x_{i4} + 248x_{i5} + 96x_{i6}$ og
- Forklar kva dei to likningane viser

Interaksjon

- Det er interaksjon mellom to variablar dersom effekten av den eine variabelen varierer etter kva verdi den andre variabelen har.

Interaksjonseffektar i regresjon

- Dersom vi foretar ein ikkje-lineær transformasjon av y vil alle estimerte effektar implisitt vere interaksjonseffektar
- Enkle additive interaksjonseffektar kan vi inkludere i ein lineær modell ved hjelp av produktledd der vi multipliserer to x-variablar med kvarandre
- $\hat{y}_i = b_0 + b_1x_i + b_2w_i + b_3x_iw_i$
- Betinga effekt plott vil kunne illustrere kva interaksjon tyder

Semesteroppgåve: avhengig variabel

Krav til avhengig variabel

- For å kunne gjennomføre ein regresjonsanalyse bør det veljast ein variabel med høveleg skalanivå og nok variasjon.
- **Ordinær OLS-regresjon** krev at den avhengige variabelen er ein intervallskala eller forholdstalskala
- **Logistisk regresjon** krev at den avhengige variabelen har nett 2 verdiar (dikotom)

Skalanivå

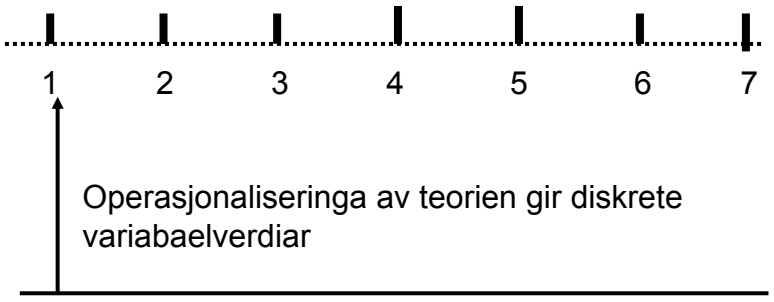
Skalanivå	Nominal	Ordinal	Intervall	Forholdstal
nominal	**grupperer**			
ordinal	grupperer	+ **rangerer**		
intervall	grupperer	+ rangerer	+ **avstand**	
forholdstal	grupperer	+ rangerer	+ avstand	+ **absolutt nullpunkt**
eksempel	bostads-kommune	# i syke-huskø	temperatur i C^0	alder

Vanlege variablar

- Svært mange variablar i sosiologi og statsvitskap har formelt sett ordinalskala
- Dei kan med visse føresetnader (og for våre formål) handsamast som intervallskala:
  - Talet av kategoriar som er rangert er ”stort nok” (minst 7)
  - Fordeling på nesten alle kategoriane (nok personar utanom dei 2-3 modale kategoriane)
  - Kan anta ein teoretisk underliggjande skala med avstandsmål

Måling av variablar

Observasjonen klarer berre å skille mellom 7 punkt



Teoretisk underliggjande kontinuerleg skala

Typisk: retning og styrke av meiningar eller kjensler

Dikotome variablar

- Har to verdiar og kan nyttast i all slags regresjon
- Alle variablar kan kodast om til å ha to verdiar (dikotom variabel)
- Dersom ein kodar dei to kategoriane 0 og 1 vil tolkinga av effekten deira når dei ernytta som uavhengige variablar bli lettare enn om ein vel andre kodeverdiar
- Talet av observasjonar i den minste kategorien må vere ”stort nok”

Semesteroppgåve

- Det er eit mål at alle skal ha ulike avhengige variablar
- Datamateriale
  - Eigne data (krava til avhengig variabel må stettast)
  - Data frå tidlegare oppgåver (kan nyttast om igjen om ein ønskjer)

  For alle andre er
  - Nye variablar tilgjengeleg frå European Social Survey
- Val av nye variable skjer neste gang

Om å finne avhengig variabel

- Er temaet som variabelen fortel om interessant?
- Er det nok variasjon i variabelen? Kjør ut frekvenstabell, eller deskriptiv statistikk
- Sjekk spesielt kor mange missing det er. Det bør ikkje vere ”for mange” (under 10%?)
- Dersom variabelen ikkje kan nyttast i OLS regresjon: kan den kodast om til dikotomi?